Dodatna nastava iz programiranja 2008/2009
Prirodno Matematički Fakultet, Niš
datum: 2. maj 2009. godine
predavač: Nikola Milosavljević
e-mail: nikola5000@gmail.com

Grafovi i još ponešto

Zadatak 1. Ispitati da li u datom usmerenom grafu sa $n \leq 10^4$ čvorova i $m \leq 10^5$ grana postoji ciklus.

Zadatak 2. Potrebno je uraditi $n \leq 10^4$ poslova, pri čemu je poznato da je neki posao nemoguće uraditi ako pre njega nije uradjen odredjeni posao. Preciznije, dato je $m \leq 10^5$ parova (i, j) koji označavaju da je potrebno uraditi i-ti posao pre j-tog. Odrediti neki mogući raspored izvršavanja poslova ili konstatovati da je to nemoguće.

Zadatak 3. Dat je usmereni aciklični graf sa $n \leq 10^4$ čvorova i $m \leq 10^5$ grana. Koliko različitih puteva postoji od čvora u do čvora v?

Ulaz		**Izlaz**
$n = 4$	$m = 4$	2
$u = 2$	$v = 3$	
2 1		
1 3		
2 4		
4 1		

Zadatak 4. Boža ima $n \leq 10^4$ kuglica, numerisanih brojevima od 1 do n. Sve kuglice su različite težine, pri čemu su im težine iz segmenta $[1, n]$ grama (ali ne znamo koja je koliko teška). Boža je izvršio $m \leq 10^5$ merenja na vagi sa dva tasa (na ulazu prvi broj u i-tom merenju predstavlja indeks lakše kuglice). Odrediti neki mogući raspored težina za kuglice koji nije kontradiktoran sa izvršenim merenjima ili konstatovati da takav raspored ne postoji (tj. da je vaga neispravna).

Ulaz		**Izlaz**
$n = 3$	$m = 2$	2 1 3
2 1		
1 3		

Zadatak 5. Dato je n antena ($n \leq 1000$) svojim koordinatama (koje po apsolutnoj vrednosti ne prelaze 10^9). Izračunati najmanji potreban domet antena, tako da ne bude više od k grupa nepovezanih antena. (Dve antene su direktno povezane ako je jedna u dometu druge, dok su dve antene povezane ako postoji put od jedne od druge preko niza direktno povezanih antena.)

Ulaz		**Izlaz**
$n = 3$	$k = 2$	1.41
1.0 1.0		
2.0 2.0		
5.2 10.0		

Zadatak 6. U nekom gradu je $n \leq 10^4$ kuća povezano pomoću $m \leq 10^5$ dalekovoda, pri čemu je za svaki dalekovod poznato posle koliko sati neodržavanja on prestaje da provodi struju (ceo broj manji od 10^9). Da ne bi došlo do katastrofe postoji spisak od $k \leq 10^4$ parova kuća koje ne smeju da budu međusobno spojene (ni direktno dalekovodom, ni preko drugih kuća). Majstor Žika može da bira koje će dalekovode da održava a koje ne. Posle koliko najmanje vremena treba pustiti mrežu u rad da ne bi došlo do katastrofe?

Zadatak 7. k-$Star$ je graf koji je stablo i u kojem postoji čvor v tako da se njegovim uklanjanjem stablo razbija na nekoliko prostih puteva dužine k. Za dati graf sa $n \leq 10^5$ čvorova (i $n-1$ granom) i dato $k \leq 10^4$ ispitati da li je dati graf k-$Star$.

Ulaz		**Izlaz**
$n = 4$	$k = 1$	Da
1 2		
1 3		
1 4		

Zadatak 8. Data je lista od $n \leq 10^4$ država i za svaku od njih dat je broj stanovnika $c_i \leq 10^6$. Treba ih podeliti na najveći broj grupa, tako da se u svakoj grupi nalazi po $k \leq 10^3$ stanovnika pri čemu su svi stanovnici iz različitih država (ne mora svaki stanovnik da pripada nekoj grupi, dok jedan stanovnik pripada najviše jednoj).

Za $c = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ imamo da je maksimalan broj grupa 3.

Zadatak 9. Dat je konveksan poligon sa $n \leq 10^5$ stanica, čija su temena redom numerisana brojevima od 1 do n. U poligonu je nacrtano $m \leq n-3$ dijagonala tako da nikoje dve nemaju zajedničkih tačaka osim možda nekog temena poligona. Napisati program koji odredjuje potpoligon čije su stranice - stranice polaznog poligona i/ili neke od nacrtanih dijagonala i koji ima maksimalan broj temena.

Ulaz		**Izlaz**
$n = 10$	$m = 4$	4
3 1		
5 9		
6 8		
10 4		

Zadatak 10. Na x-osi se nalazi $n \leq 10^5$ gradova. Svaki grad je odredjen uredjenim parom (X_i, P_i), $(1 < X_i, P_i < 10^4)$ gde je X_i položaj na x-osi, a P_i broj stanovnika i-tog grada. Na x-osi je potrebno postaviti satelitsku antenu. Poznato je da je nezadovoljstvo nekog grada jednako proizvodu broja stanovnika tog grada i udaljenosti grada od satelitske antene (svi hoće da budu blizu). Odrediti mesto gde treba postaviti satelitsku antenu tako da suma nezadovoljstva svih gradova minimalna.

Ulaz	**Izlaz**
$n = 4$	3.00
1 3	
2 1	
6 2	
5 2	